APPUNTI DI ALGEBRA

a cura di Rossi Federico e Matteo Suffredini

MASTER COPY
Tel. 050 8312126
Cell. 388 9837745

Corso di Ingegneria Informatica

2014/2015


master
COPY
COPISTERIA
050/8312126 388/9837745

INDICE

1 Dimensione di nucleo e immagine

1 Calcolo esplicito del nucleo

2 Dimensione dei sottospazi somma e intersezione

3 Definire se la somma è diretta

3 Calcolo del determinante

3 Area del parallelogramma

4 Definire se una matrice è diagonalizzabile

6 Calcolo della retta bisettrice

7 Calcolo della retta perpendicolare o della proiezione

9 Calcolo della proiezione sui complessi

9 Calcolo della distanza

10 Calcolo della matrice inversa

11 Completamento a base

11 Definizione di una forma quadratica

13 Area del triangolo

14 Posizione di una retta rispetto ad un piano

17 Cambio di base

18 Calcolo della distanza tra rette sghembe

A seguire dispense di Teoria.

MASTER COPY
Tel. 050 8312126
Cell. 388 9837745

master
COPY
COPISTERIA
050/8312126 388/9837745

Dimensione di nucleo e immagine

La dimensione del nucleo e dell' immagine si ottiene verificando il numero di colonne indipendenti e dipendenti del sistema preso in considerazione, le colonne indipendenti (o pivot) ci danno la dimensione dell'immagine, le colonne dipendenti (non pivot) ci danno la dimensione del nucleo.

Per definire questo è necessario ridurre il sistema a scala e distinguere tra pivot e non.

Definire la dimensione dell'immagine e del nucleo dei seguenti sistemi:

Es.

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

Sommando alla terza riga la seconda (III+II) e sottraendo alla seconda riga la prima(II-I), otteniamo:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

Notiamo subito che la terza colonna è l'unica non pivot, quindi dipendente, la dimensione del nucleo risulta pertanto essere 1 e la dimensione dell'immagine pari alle colonne pivot, e cioè 3.

Calcolo esplicito del nucleo

Per calcolare esplicitamente il nucleo è sufficiente moltiplicare la matrice associata per un generico vettore (ovviamente il numero di righe di questo vettore deve essere pari al numero di colonne) e come risultato dobbiamo imporre la matrice nulla. Nella maggior parte dei casi vi basta semplicemente moltiplicare la matrice per i vettori proposti e verificare se effettivamente annullano o meno la matrice.

Calcolare il nucleo:

MASTER COPY
Tel. 050 8312126
Cell. 388 9837745

Es.

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

Prendiamo un generico vettore : $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$

Ora imponiamo:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

e quindi: